

LA CAPACITÀ

La capacità di un conduttore isolato è sostanzialmente una misura della quantità di carica che è necessario accumulare sulla superficie per aumentare il suo potenziale di 1 V.

Consideriamo la sfera conduttrice di raggio R e carica +Q immersa nel vuoto, si definisce “capacità” della sfera il rapporto tra la sua carica e il suo potenziale sulla superficie:

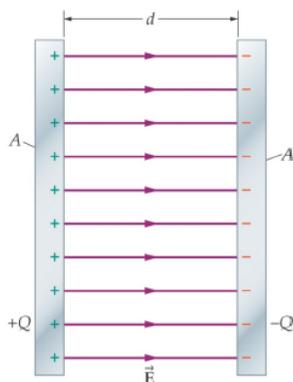
$$C = \frac{Q}{V}$$

Nel SI si misura in $\frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \text{Farad}, [C] = 1 \frac{C}{V} = 1F$

CONDENSATORI

I condensatori sono elementi molto comuni e importanti nei moderni circuiti elettronici, svolgendo le funzioni di accumulo di energia elettrica, o di protezione da accumuli eccessivi di carica. Essenzialmente, un condensatore è formato da due conduttori (armature) separati da una distanza finita, che possono essere portati ad una differenza di potenziale mediante accumulo di cariche opposte.

Il condensatore più semplice è rappresentato da due facce metalliche piane e parallele: le due armature sono dei piani conduttori di area A separati da una distanza d. Indipendentemente



Il campo elettrico tra le due armature è dato da:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

La differenza di potenziale tra le due armature è

$$\Delta V = -Ed = -\frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Da cui si ricava la capacità:

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{Q}{Qd/(\epsilon_0 A)} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

dalle loro caratteristiche geometriche, tutti i condensatori hanno in comune delle caratteristiche generali:

- La capacità di un condensatore aumenta all'aumentare delle dimensioni delle armature
- La capacità diminuisce all'aumentare della loro separazione

MEZZI DIELETRICI

Per aumentare la capacità di un condensatore, si può inserire tra le armature un materiale “dielettrico”. In sostanza, un dielettrico è un isolante che porta a una diminuzione della differenza di potenziale tra le armature, a parità di carica, a causa della polarizzazione del materiale.

Di conseguenza, la capacità aumenta. La polarizzazione del dielettrico porta a una diminuzione del campo elettrico al suo interno; si osserva che il nuovo campo elettrico si ottiene dal rapporto tra il campo elettrico di partenza (tra le armature vuote) e la “costante dielettrica relativa” del materiale isolante, χ

$$E = \frac{E_0}{\chi}$$

Per il condensatore piano, la capacità con dielettrico diventa:

$$C = \chi \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

La proprietà $C = \chi C_0$ vale per qualsiasi condensatore, indipendentemente dalla geometria. La costante dielettrica relativa del vuoto è 1, mentre per generico mezzo o sostanza ha un valore $\chi > 1$ e è una proprietà intrinseca di ogni materiale.

ENERGIA IMMAGAZZINATA NEL CONDENSATORE

L'energia totale immagazzinata vale:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

Questa energia si trova nel campo elettrico tra le armature. Considerando un condensatore piano,

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

Dove Ad è il volume tra le armature del condensatore. Definendo quindi la "densità di energia elettrica" come l'energia immagazzinata per unità di volume, si ha il seguente risultato generale (valido per qualsiasi campo elettrico nel vuoto):

$$v_E = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

LA CORRENTE ELETTRICA

Un flusso netto di carica elettrica tra due punti di un mezzo in cui le cariche sono libere di muoversi è detto corrente elettrica, e si definisce la sua intensità media come la quantità di carica che passa per una data sezione A nell'unità di tempo:

$$I_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Un circuito elettrico è un percorso chiuso effettuato da una corrente prima di tornare al punto di partenza all'interno di un conduttore. Per mantenere la corrente in un circuito, è necessario stabilire una differenza di potenziale elettrico costante tra due estremi del conduttore.

Tra i poli di una batteria non connessa a un circuito ("a circuito aperto") esiste una differenza di potenziale costante, detta forza elettromotrice o fem (si indica con ϵ).

N.B.: Nonostante il nome, la fem non è una forza ma un potenziale elettrico, e pertanto si misura in Volt.

Il verso della corrente è dato per convenzione dal polo positivo al polo negativo della batteria, mentre gli elettroni si muovono nel verso opposto.

LA RESISTENZA ELETTRICA

Dalla legge di Ohm, è possibile definire una nuova grandezza fisica, la resistenza elettrica:

$$R = \frac{V}{I}$$

Nel SI si misura in $[R] = \frac{V}{A} = \Omega (\text{Ohm})$. La legge di Ohm non è una legge universale, è verificata solo per alcuni materiali (tra cui troviamo quasi tutti i conduttori metallici), e in un determinato intervallo di temperature. Se $V = RI$ e $R = \text{costante}$ il conduttore si dice "ohmico". Due fili di uguale lunghezza e uguale diametro, ma di materiali diversi, hanno resistenze diverse. La resistenza specifica, o resistività, dipende solo dal materiale. Per definizione di resistività, ρ

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

EFFETTO JOULE

Nei materiali resistivi la potenza è dissipata soprattutto sotto forma di calore. In particolare, nei materiali in cui vale la legge di Ohm la potenza si può esprimere come:

$$P = VI = I^2R.$$

LEGGI DI KIRCHHOFF

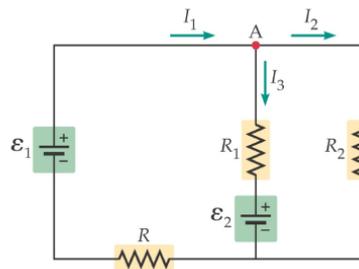
In generale, una rete elettrica è costituita da:

- Rami: tratti di conduttore tra due nodi (contatti tra due o più poli) e caratterizzato da una corrente unica;
- Maglie: cammini chiusi che partono da un nodo e ritornano nello stesso, percorrendo i rami una e una sola volta.

La legge dei nodi è una conseguenza della conservazione della carica: la somma algebrica di tutte le correnti che convergono in un nodo di un circuito deve essere nulla.

Esempio: per il circuito in figura, la legge dei nodi applicata al nodo A si esprime come:

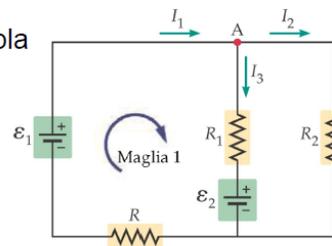
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



La legge delle maglie deriva dalla conservazione dell'energia totale: la somma algebrica di tutte le differenze di potenziale lungo una maglia chiusa di un circuito è nulla.

Esempio: per il circuito a tripla maglia in figura, la legge delle maglie applicata alla prima maglia a partire dal nodo A si esprime come:

$$-I_3R_1 - \varepsilon_2 - I_1R + \varepsilon_1 = 0$$



COME APPLICARE QUESTE LEGGI

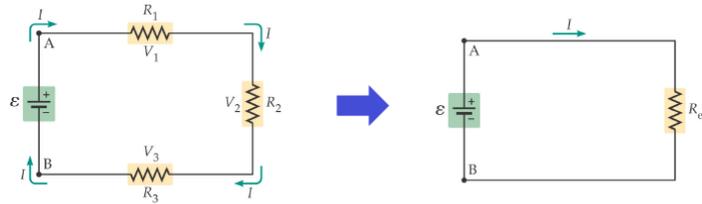
Si riportano delle indicazioni di massima su come utilizzare le leggi di Kirchhoff per risolvere circuiti complessi:

- Assegnare le variabili del problema (in genere le correnti I_1, I_2, I_3, \dots) in ciascun ramo del circuito, scegliendo inizialmente la direzione delle correnti in modo arbitrario.
- Applicare le leggi di Kirchhoff a tanti nodi e tante maglie quanto necessario per ottenere tante equazioni indipendenti quante sono le variabili (incognite) del problema.
- Risolvere il sistema di N equazioni e N incognite.
- Verificare i segni delle correnti risultanti dalla soluzione: se per qualche corrente il segno è negativo, vuole semplicemente dire che il verso corretto è opposto a quanto inizialmente assunto.

CIRCUITO CON RESISTENZE

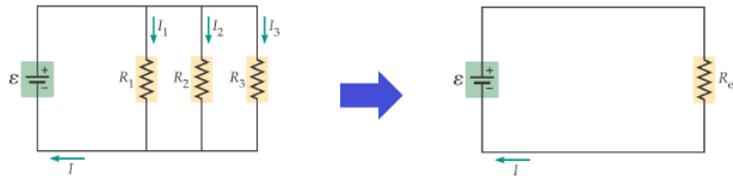
Se le resistenze di un circuito sono connesse una dopo l'altra (nello stesso ramo), in modo che siano attraversate dalla stessa corrente, si dice che sono collegate in serie. È possibile sostituirle con un'unica resistenza equivalente in modo che non cambi la corrente nel circuito.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = \sum R_i$$



Le resistenze sono in parallelo quando sono collegate alla stessa differenza di potenziale. Anche in questo caso è possibile sostituirle con un'unica resistenza equivalente, che semplifica molto i calcoli.

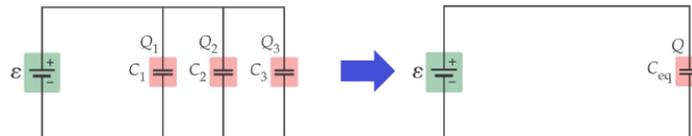
$$R_{eq}^{-1} = \sum R_i^{-1}$$



CIRCUITO CON CONDENSATORI

Nel caso di condensatori in parallelo la differenza di potenziale applicata a ognuno di essi è la stessa. È possibile sostituirli con un unico condensatore equivalente:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = \sum C_i$$



Condensatori collegati in serie tra loro non sono soggetti alla stessa differenza di potenziale, ma la carica sulle loro armature è la stessa. Anche in questo caso è possibile sostituirli con un unico condensatore equivalente:

$$C_{eq}^{-1} = \sum C_i^{-1}$$

