POLINOMI DI TAYLOR

$$
\begin{aligned}
e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n) \\
\sin x &= x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} + o(x^{2n+2}) \\
\cos x &= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + o(x^{2n+1}) \\
\tan x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + o(x^{10}) \\
\sinh x &= x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2}) \\
\cosh x &= 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}) \\
\tanh x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + o(x^{10}) \\
\frac{1}{1-x} &= 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + o(x^n) \\
\log(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}x^n + o(x^n) \\
\arctan x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1} + o(x^{2n+2}) \\
\operatorname{arctanh} x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2}) \\
(1+x)^\alpha &= 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6}x^3 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + o(x^n)
\end{aligned}
$$

DERIVATE

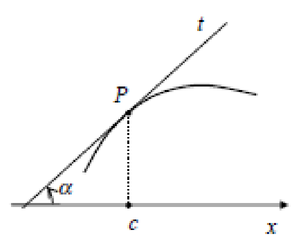
Derivata di una funzione in un punto

Sia f una funzione definita in un punto c, il limite $f'(c) = \lim_{h\to c}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ quando esiste si chiama **derivata** della funzione nel punto c.

Significato geometrico della derivata

$f'(c) = m_t$ t retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa c

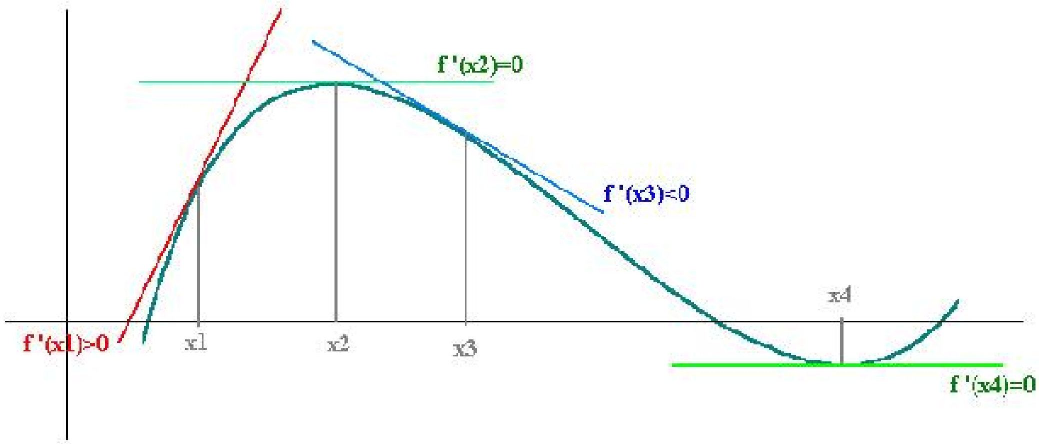
$f'(c) = \text{tg}\,\alpha$



Retta Tangente

$$y = f(x_0) + f\prime(x_0)(x - x_0)$$

A seconda che la derivata in x_0, sia nulla, negativa o positiva, la retta tangente al grafico in $((x_0)$;f$(x_0))$ avrà la posizione in figura



Derivate Fondamentali

Funzione $f(x)$	Derivata $f'(x)$	Ambito di validità
costante	0	
x	1	
x^n	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{R}$ (se n non è intero, vale per $x > 0$)
e^x	e^x	
a^x	$a^x \cdot \ln a$	$a > 0$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x > 0$
$\log_a x$	$\frac{1}{x} \cdot \log_a e$	$a > 0,\ x > 0$
$\sin x$	$\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Regole di Derivazione

$y = f(x) \pm g(x)$	$y' = f'(x) \pm g'(x)$
$y = f(x)g(x)$	$y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$
$y = \frac{1}{g(x)}$	$y' = -\frac{g'(x)}{[g(x)]^2}$
$y = f[g(x)]$	$y' = f'[g(x)] \cdot g'(x)$

Monotonia e segno della derivata

Sia $f : D \to$ una funzione derivabile, sia I un intervallo contenuto in D, allora

- Se f'(x) $>$ 0 per x $\in$ I, allora f è *strettamente crescente* in I ;
- Se f'(x) $<$ 0 per x $\in$ I, allora f è *strettamente decrescente* in I ;

Massimi e Minimi

Se x_0 è un *punto di massimo* (*o di minimo*) e f è derivabile in un intorno (a, b) che contiene x_0, vale a dire $x_0 \in (a, b)$, allora

$$f\prime(x) = 0.$$

Attenzione:

- Se f'(x_0) $=$ 0 non è detto che x_0 sia un punto di massimo (o di minimo).Ad esempio, f(x)=x^4 è tale che f'(x_0) $=$ 0 ma il punto $x_0 = 0$ non è nè un massimo nè un minimo;
- Non tutte le funzioni sono derivabili;
- Non tutte le funzioni continue sono derivabili. Ad esempio, f(x) $=$ $|x|$ è continua su tutto R ma non è derivabile in x $=$ 0;
- Se una funzione è derivabile allora è anche continua.