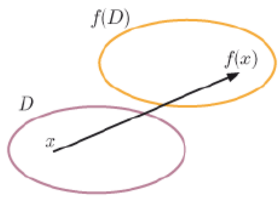
DEFINIZIONE

Una funzione e' una relazione fra gli elementi di due insiemi f: D $\to$ D'
Legge che lega un elemento ad un altro, essa può essere teorica o empirica.



$$x \mapsto f(x)$$

$$f : D \to D'$$

codominio

dominio

Immagine:

$$f(D) = \{y \in D' : y = f(x) \quad \text{per qualche } x \text{ in } D\}$$

- Una funzione f: D$\to$C si dice *iniettiva* se elementi distinti di D hanno immagini distinte:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

- Una funzione f: D$\to$C si dice *suriettiva* se ogni elemento del codominio C è immagine di qualche elemento del dominio:

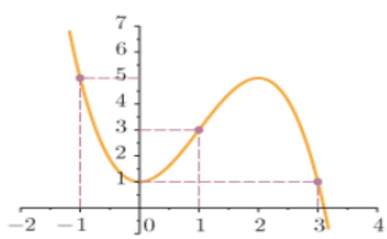
$$\forall y \in C \; \exists x \in D : f(x) = y$$

GRAFICO DI UNA FUNZIONE REALE

Sia f una funzione da $D \subset \mathbb{R}$ in $D' \subset \mathbb{R}$,

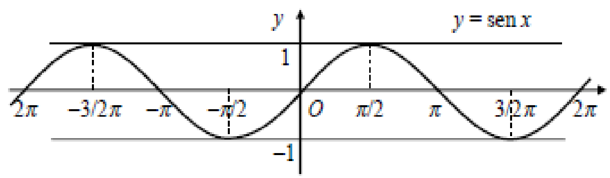
il suo grafico è il sottoinsieme di $D \times D' \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$G = \{(x, y) : x \in D, y = f(x)\}$$



Grafici e proprietà di alcune funzioni elementari

Funzione seno



Dominio $D = R$

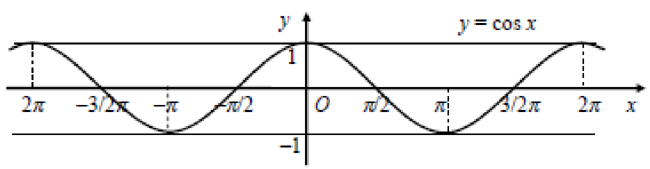
Codominio $C = [-1; 1]$

Periodicità $\forall\, k \in Z \quad \text{sen}\,(x + 2k\pi) = \text{sen}\, x,$

Limitando lo studio all'intervallo $[-\pi; \pi]$

- la funzione è crescente in $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
- la funzione è decrescente in $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Funzione coseno



Dominio $D = R$

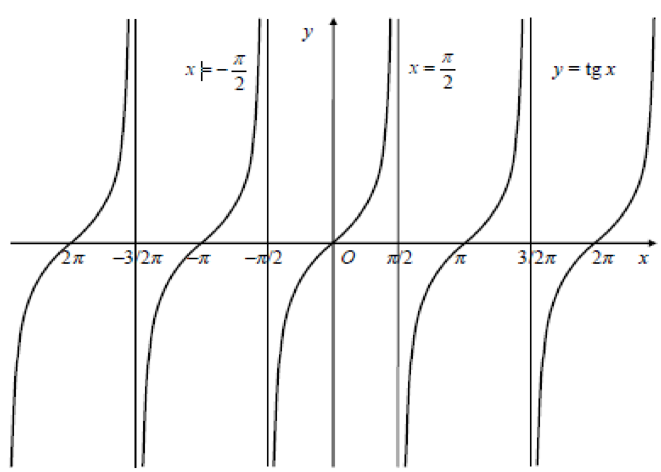
Codominio $C = [-1; 1]$

Periodicità $\forall\, k \in Z \quad \cos\,(x + 2k\pi) = \cos x,$

Limitando lo studio all'intervallo $[-\pi; \pi]$

- la funzione è crescente in $(-\pi; 0)$
- la funzione è decrescente in $(0; \pi)$

Funzione tangente



Dominio $D = R - \{\pi/2 + k\pi \mid k \in Z\}$

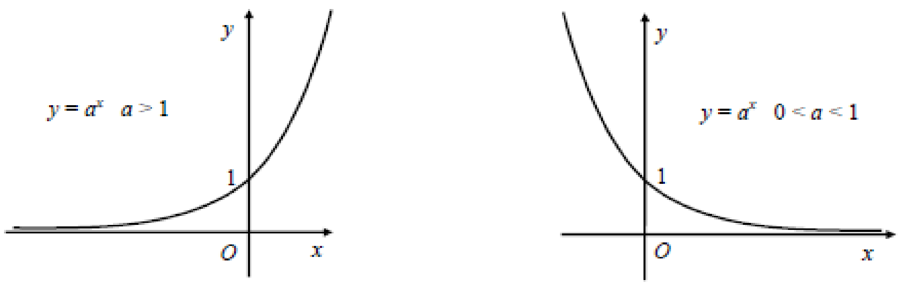
Codominio $C = R$

Periodicità: $\forall\, k \in Z \quad \mathrm{tg}(x + k\pi) = \mathrm{tg}\, x$

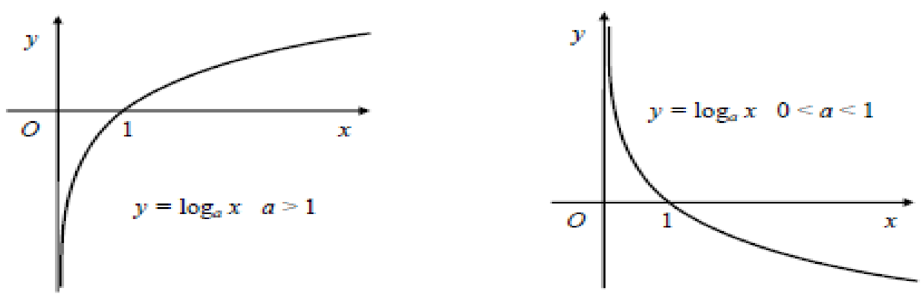
Limitando lo studio all'intervallo $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

- la funzione è crescente nell'intervallo
- $\lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \mathrm{tg}\, x = +\infty \qquad \lim_{x \to \left(-\frac{\pi}{2}\right)^+} \mathrm{tg}\, x = -\infty$
- $x = \pm \frac{\pi}{2}$ asintoti verticali

Funzioni esponenziali



Logaritmi



Domini delle funzioni più comuni

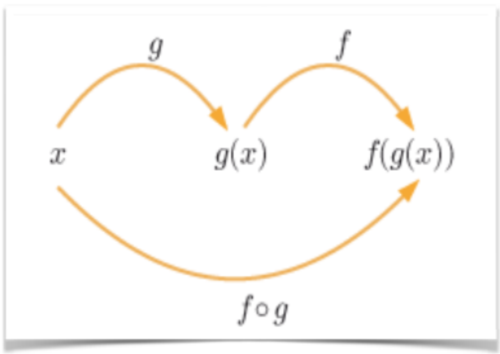
Nello schema che segue $g(x)$ indica una funzione qualunque funzione

Funzioni	Domini
Razionali intere	R
Razionali fratte	R – {valori che annullano il denominatore}
$y = \sqrt[n]{g(x)}$ n pari	Soluzioni della disequazione $g(x) \geq 0$
$y = \sqrt[n]{g(x)}$ n dispari	Dominio di $g(x)$
$y = a^{g(x)}$, $a > 0$	Dominio di $g(x)$
$y = \log_a g(x)$, $a > 0$, $a \neq 1$	Soluzioni della disequazione $g(x) > 0$
$y = \mathrm{sen}\, g(x) \quad y = \cos g(x)$	Dominio di $g(x)$
$y = \mathrm{tg}\, g(x)$	Soluzioni della disequazione $g(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$
$y = \mathrm{cotg}\, g(x)$	Soluzioni della disequazione $g(x) \neq k\pi$, $k \in Z$
$y = \mathrm{arc\,sen}\, g(x) \quad y = \mathrm{arc\,cos}\, g(x)$	Soluzioni della disequazione $-1 \leq g(x) \leq 1$
$y = \mathrm{arc\,tg}\, g(x) \quad y = \mathrm{arc\,ctg}\, g(x)$	Dominio di $g(x)$
$y = [g(x)]^{\alpha}$ α irrazionale positivo	Soluzioni della disequazione $g(x) \geq 0$
$y = h(x)^{g(x)}$	Soluzioni dei sistemi $\begin{cases} h(x) > 0 \\ \text{Dominio di } g(x) \end{cases} \vee \begin{cases} h(x) = 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$

Funzioni composte

$$g : A \to B, \qquad f : B \to C$$

$$f \circ g : A \to C \qquad f \circ g(x) = f(g(x))$$



La funzione composta ha senso se l'immagine di g e' contenuta nel dominio di f