Insiemi

N ={0, 1, 2, . . .}
Z = {. . . ,-2,-1,0,1,. . .}
Q= $\{q=\frac{m}{n} : m, n \epsilon Z, m \neq 0\}$
Q⊂ R numeri reali

Intervalli

Intervalli limitati con a,b ϵ R

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : \ a \leq x \leq b\}$ intervallo chiuso
$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : \ a < x < b\}$ intervallo aperto
$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : \ a \leq x < b\}$ intervallo chiuso a sn e aperto a ds
$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : \ a < x \leq b\}$ intervallo chiuso a ds e aperto a sn

Intervalli illimitati con a,b ϵ R

$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : \ x \geq a\}$ $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : \ x \leq b\}$
$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : \ x > a\}$ $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : \ x < b\}$
$\mathbb{R}_+ = [0, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : \ x \geq 0\}$ $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
$\mathbb{R}_- = (-\infty, 0] = \{x \in \mathbb{R} : \ x \leq 0\}$

Equazioni algebriche

Risolvere un'equazione nell'incognita x significa trovare, se esistono, i numeri che, se sostituiti al posto della x, danno un'uguaglianza vera: questi numeri si chiamano soluzioni o radici dell'equazione.
In base al tipo di equazione, le soluzioni possono essere alcune, una, nessuna o infinite.
Se le soluzioni sono un numero finito l'equazione si dice determinata.
Se sono in numero infinito si dice indeterminata.
Se invece non ci sono soluzioni l'equazione è impossibile.
Equazioni di secondo grado:

$ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in R$ e $a \neq 0$ $\Rightarrow$ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\Delta = b^2 - 4ac$

Se b è un numero pari $\Rightarrow$ $x = \dfrac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$ $\dfrac{\Delta}{4} = \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 - ac$

- se $\Delta > 0$ l'equazione ha due soluzioni reali e distinte
- se $\Delta = 0$ l'equazione ha due soluzioni coincidenti
- se $\Delta < 0$ l'equazione non ha soluzioni reali

Disequazioni algebriche

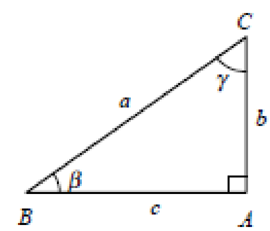
Risolvere una disequazione significa trovare gli intervalli dei valori che sostituiti alla x rendono la diseguaglianza vera. Ad esempio la disequazione di primo grado: $x - 16 \geq 0$ è verificata per tutti i valori della x maggiori di 16.
Una disequazione si dice di primo grado se le incognite che vi compaiono hanno potenza 1 mentre è di secondo grado se compaiono delle incognite di potenza 2.
Le disequazioni di secondo grado si presentano nella forma: $ax^2 + bx + c \geq 0$, con a,b,c ϵ R.

Trigonometria

Primo teorema sui triangoli rettangoli

$b = a \operatorname{sen} \beta \qquad c = a \cos \beta$

$b = a \cos \gamma \qquad c = a \operatorname{sen} \gamma.$



Secondo teorema sui triangoli rettangoli

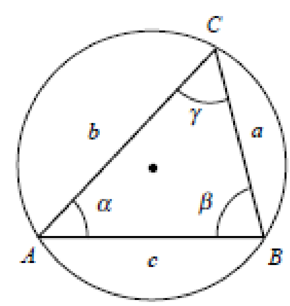
$b = c \operatorname{cotg} \gamma \qquad c = b \operatorname{tg} \gamma$

$b = c \operatorname{tg} \beta. \qquad c = b \operatorname{cotg} \beta.$

Teorema dei seni

Se indichiamo con r il raggio della circonferenza circoscritta ad un qualunque triangolo

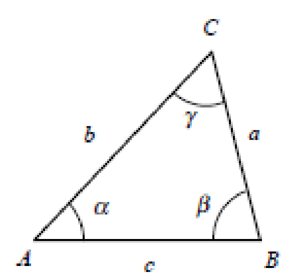
$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma} = 2r.$$



Teorema del coseno

Per un qualunque triangolo:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

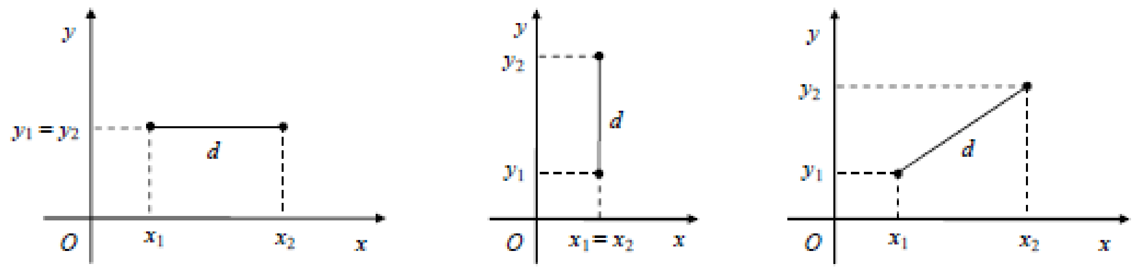


Invertendo queste relazioni rispetto ai coseni:

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad \cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \qquad \cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Geometria analitica nel piano

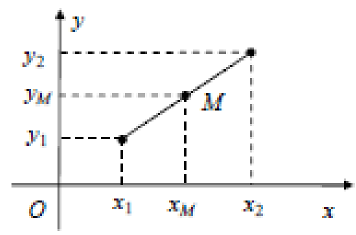
Distanza tra due punti $(x_1; y_1)$ e $(x_2; y_2)$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \begin{cases} |x_2 - x_1| & \text{se } y_2 = y_1 \\ |y_2 - y_1| & \text{se } x_2 = x_1 \end{cases}$$

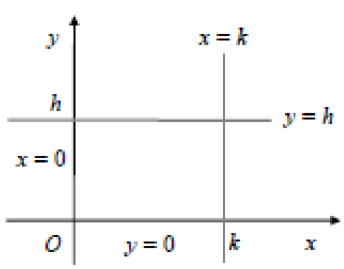
Punto medio di un segmento di estremi $(x_1; y_1)$ e $(x_2; y_2)$

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \\ y_M = \dfrac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

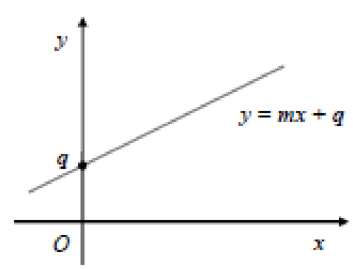


La retta

Equazioni delle rette parallele agli assi



Equazioni delle rette non parallele all'asse y



Equazione della retta in forma implicita

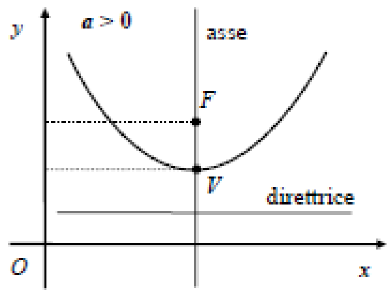
$$ax + by + c = 0$$

Equazione della retta in forma esplicita

$$y = mx + q$$

m coefficiente angolare, q ordinata all'origine

Parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y



Equazione: $y = ax^2 + bx + c$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$

$a > 0$ la concavità è rivolta verso l'alto

$a < 0$ la concavità è rivolta verso il basso

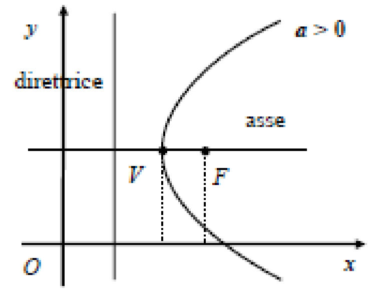
Asse di simmetria $\quad x = -\dfrac{b}{2a}$

Vertice $\quad V\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$

Fuoco $\quad F\left(-\dfrac{b}{2a}; \dfrac{1-\Delta}{4a}\right)$

Direttrice $\quad y = -\dfrac{1+\Delta}{4a}$

Parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x



Equazione: $x = ay^2 + by + c$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$

$a > 0$ la concavità è rivolta verso destra

$a < 0$ la concavità è rivolta verso sinistra

Asse di simmetria $\quad y = -\dfrac{b}{2a}$

Vertice $\quad V\left(-\dfrac{\Delta}{4a}; -\dfrac{b}{2a}\right)$

Fuoco $\quad F\left(\dfrac{1-\Delta}{4a}; -\dfrac{b}{2a}\right)$

Direttrice $\quad x = -\dfrac{1+\Delta}{4a}$