4b.Quantità di moto e urti

La **quantità di moto** di un oggetto che possa essere schematizzato come un punto materiale di massa *m* e di velocità $\vec{v}$ è definita come il prodotto della massa per la velocità del punto materiale:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Direzione e verso della quantità di moto coincidono con quelli del vettore velocità.

Dalla seconda legge di Newton, considerando la massa *m* costante, possiamo scrivere che:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La variazione nell'unità di tempo della quantità di moto di un corpo è uguale alla forza risultante che agisce su di essa.

Andando a definire una forza risultante media nell'intervallo di tempo Δt possiamo scrivere:

$$\left(\sum \vec{F}\right)_m = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Conservazione della quantità di moto

Legge di conservazione della quantità di moto:
Ogni qualvolta due o più corpi di un sistema fisico isolato interagiscono, la quantità di moto totale del sistema resta costante:

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} = cost$$

La quantità di moto di un sistema isolato è uguale, in ogni istante, a quella che esso possedeva nell'istante iniziale.

Impulso e quantità di moto

Teorema dell'impulso-quantità di moto:
La variazione della quantità di moto di un punto materiale è uguale all'**impulso** della forza risultante agente su di esso:

$$\vec{I} = \left(\sum \vec{F}\right)_m \Delta t \;\; \rightarrow \;\; \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

Urti in una dimensione

Indichiamo con **urto** l'evento in cui due particelle vengono a contatto per un breve intervallo di tempo e interagiscono tramite forze.

Gli urti vengono classificati in **elastici** e **anelastici** in base al fatto che l'energia cinetica del sistema sia o non sia conservata.

Urti anelastici

Un urto anelastico è un urto in cui **l'energia cinetica totale del sistema prima dell'urto è diversa da quella dopo l'urto (anche se la quantità di moto del sistema è conservata).**

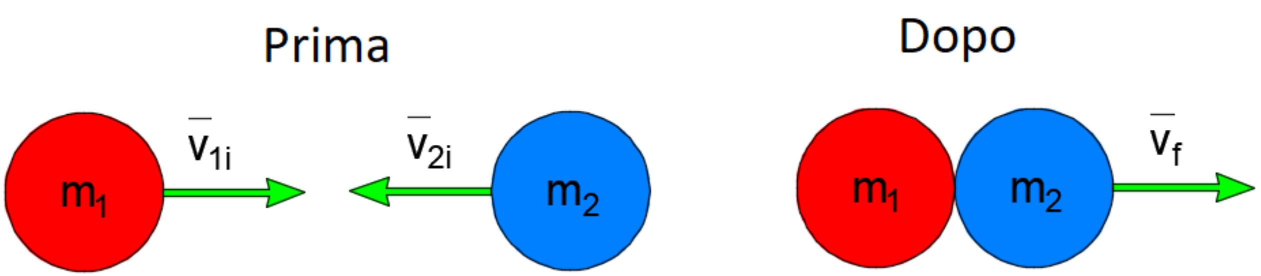
Gli urti anelastici sono di due tipi:

-**Perfettamente anelastico** quando due corpi si urtano e rimangono uniti.
-**Anelastico** quando due corpi si urtano e non rimangono uniti.

Urti perfettamente anelastici

Consideriamo due punti materiali di massa m_1 e m_2 che si muovono con velocità iniziali $\vec{v}_{1i}$ e $\vec{v}_{2i}$. Questi due punti si urtano, rimangono uniti e si muovono con una velocità comune. Poiché la quantità di moto totale del sistema isolato si conserva, possiamo ricavare che la velocità finale è:

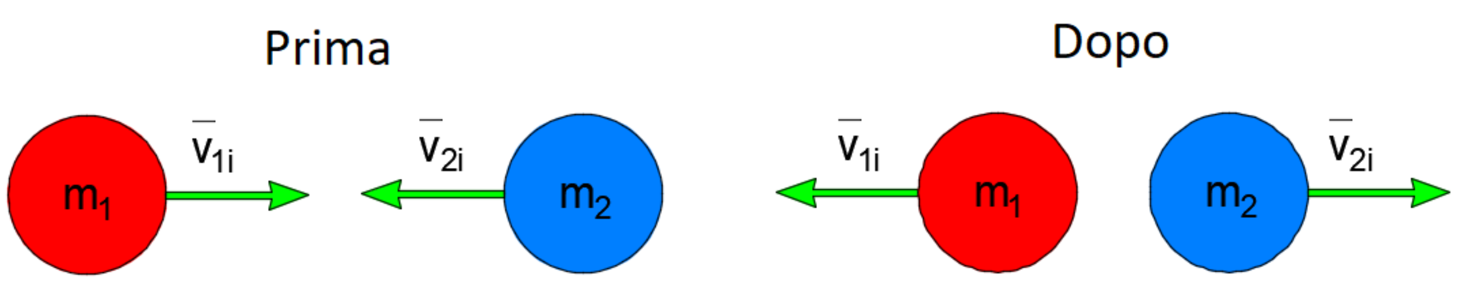
$$\vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$



Urti elastici

Un urto elastico fra due corpi è un urto in cui **l'energia cinetica totale (così come la quantità di moto) del sistema è uguale prima e dopo l'urto**.

Consideriamo due punti materiali di massa m_1 e m_2 che si muovono con velocità iniziali $\vec{v}_{1i}$ e $\vec{v}_{2i}$. Questi due punti si urtano e dopo si allontanano con velocità differenti.



In questo caso sia la quantità di moto che l’energia cinetica del sistema si conservano. Imponendo queste condizioni e ipotizzando che il punto materiale 2 sia inizialmente in quiete, si ricava che :

$$\vec{v}_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\vec{v}_{1i} \qquad \vec{v}_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)\vec{v}_{1i}$$

- Se $m_1 = m_2$ *allora* $v_{1i} = v_{2f}$ e $v_{2i} = v_{1f}$
- Se m_1 è molto più grande di m_2 e $v_{2i} = 0$ allora $v_{1f} \approx v_{1i}$ e $v_{2f} \approx 2v_{1i}$
- Se m_2 è molto più grande di m_1 e $v_{2i} = 0$ allora $v_{1f} \approx -v_{1i}$ e $v_{2f} \approx 0$

Centro di massa

Il **centro di massa** è un punto materiale che si muove come se tutta la massa del sistema fosse concentrata in questo punto. Il sistema si muove, quindi, come se la risultante delle forze esterne fosse applicata ad un singolo punto materiale posto nel centro di massa.

Centro di massa di *n* punti materiali:

$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

Moto di un sistema di punti materiali

Velocità del centro di massa:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\,\vec{v}_i$$

Dove $\vec{v}_i$ è la velocità dell'i-esimo punto materiale.

Quantità di moto del centro di massa:

$$\vec{p}_{tot} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i\,\vec{v}_i = M\vec{v}_{CM}$$

Accelerazione del centro di massa:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\,\vec{a}_i$$

Applicando la seconda legge di Newton si ottiene:

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_i m_i\,\vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

Dove $\vec{F}_i$ è la forza risultante agente sull'i-esimo punto materiale.

Le forze su ciascun punto materiale includono forze interne ed esterne. Le forze **interne** si elidono a coppie, per questo la risultante sul sistema è dovuta solamente alle forze **esterne**:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}$$

Il centro di massa di un sistema di punti materiali di massa totale *M* si muove come si muoverebbe un punto materiale equivalente di massa *M* sottoposto alla risultante delle forze esterne.