2b.Moto in due dimensioni

Per il moto bidimensionale non cambia nulla dal moto monodimensionale, se non per il fatto di dover considerare i vettori per poter indicare direzione e verso del moto.

Nel piano la posizione di un punto materiale viene infatti descritta da un vettore posizione $\vec{r}$ che parte dall' origine del sistema di coordinate e arriva nel punto del piano xy dove si trova il corpo.

Spostamento

Quando un punto materiale si sposta da A a B il suo vettore posizione cambia da $\vec{r}_i$ a $\vec{r}_f$. Lo spostamento è un vettore chiamato **vettore spostamento** dato dalla differenza fra la posizione finale e quella iniziale del punto materiale.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

Velocità

Velocità media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Velocità istantanea:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La velocità istantanea è la derivata del vettore posizione rispetto al tempo.

Accelerazione

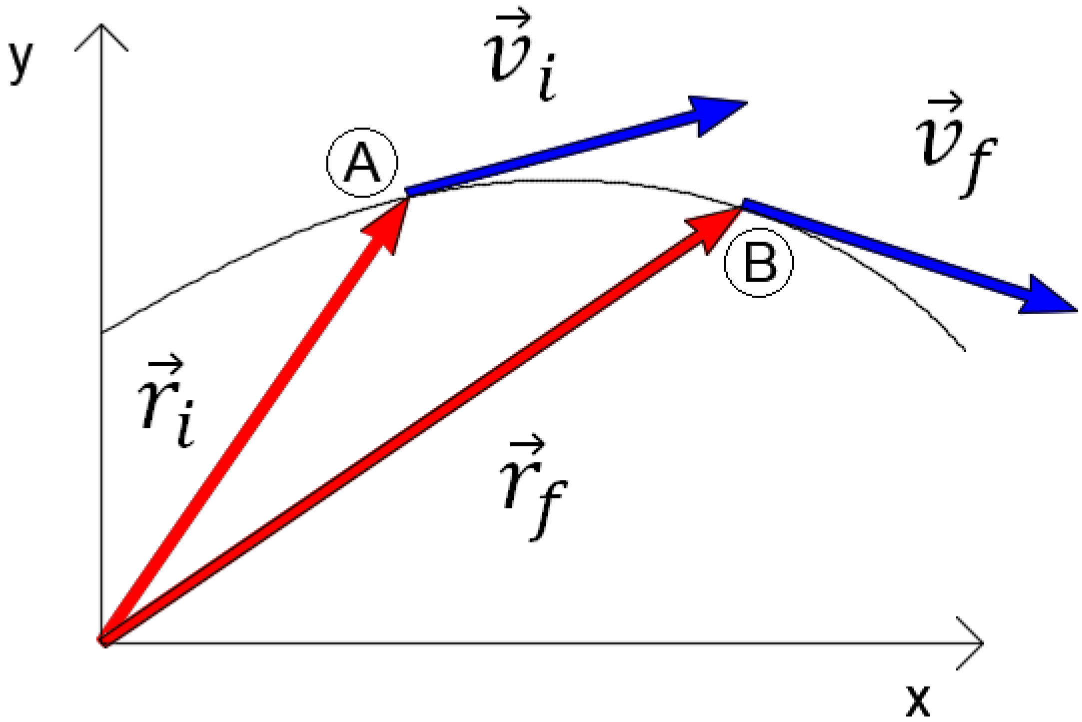
Accelerazione media:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Accelerazione istantanea:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

L'accelerazione istantanea è la derivata del vettore velocità rispetto al tempo



La direzione del vettore velocità istantanea in un punto è quella della retta tangente alla traiettoria in quel punto ed è orientata nel verso del moto.

Moto uniformemente accelerato

Il moto in due dimensioni può essere modellizzato come due moti indipendenti lungo ciascuna delle due direzioni ortogonali che possono essere associate agli assi x e y.

Vettore posizione :

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

Vettore velocità :

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

Ipotizzando $\vec{a}$ e le sue componenti (a_x e a_y) costanti, possiamo applicare le equazioni della cinematica ad entrambe le componenti x ed y .

$$\overrightarrow{v_f} = (v_{xi} + a_x t)\hat{\imath} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{v_f} = \overrightarrow{v_i} + \vec{a}t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$\overrightarrow{r_f} = \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{v_i}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

Moto dei proiettili

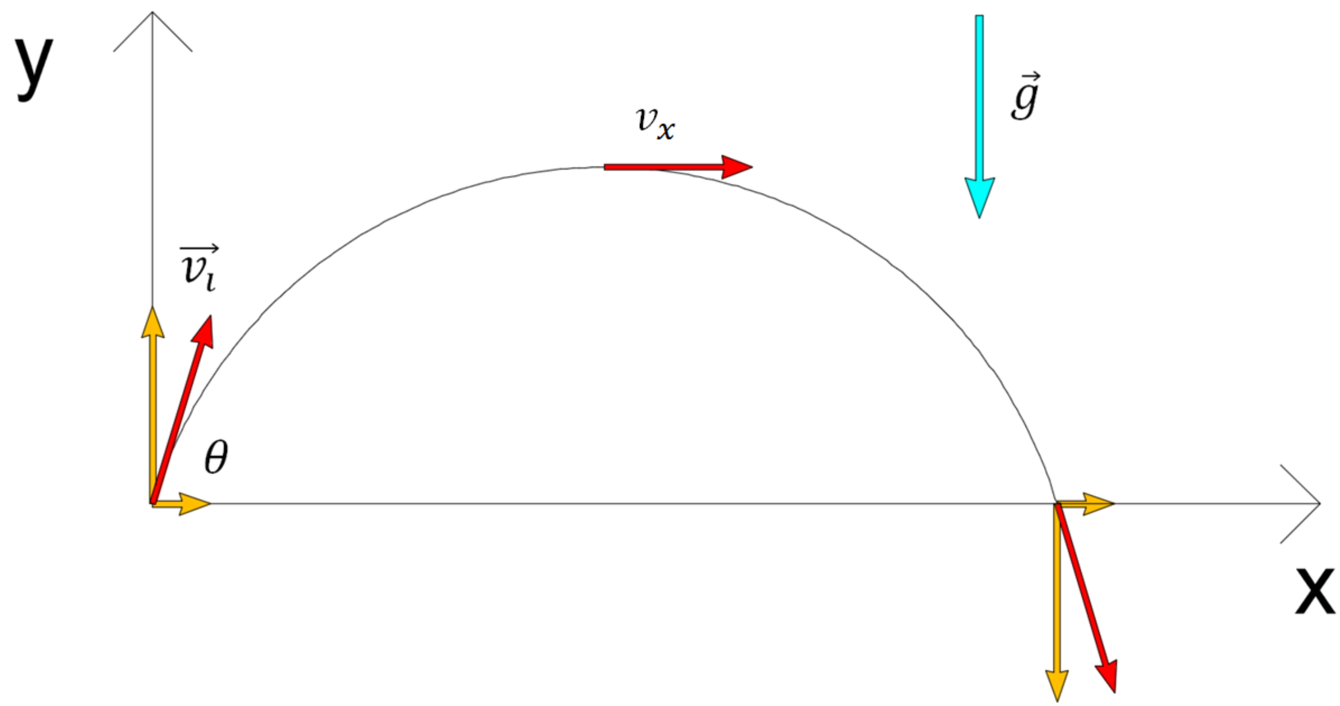
Analizziamo il moto dei proiettili basandoci su due ipotesi:

1. L'accelerazione in caduta libera si mantiene costante per tutto il moto ed è diretta verso il basso
2. L'effetto della resistenza dell'aria è trascurabile

Adoperando queste ipotesi, la traiettoria del proiettile è sempre una parabola.

Imponendo $\vec{a} = \vec{g}$, l'espressione del vettore posizione del proiettile risulta essere la seguente:

$$\overrightarrow{r_f} = \overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{v_i}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$



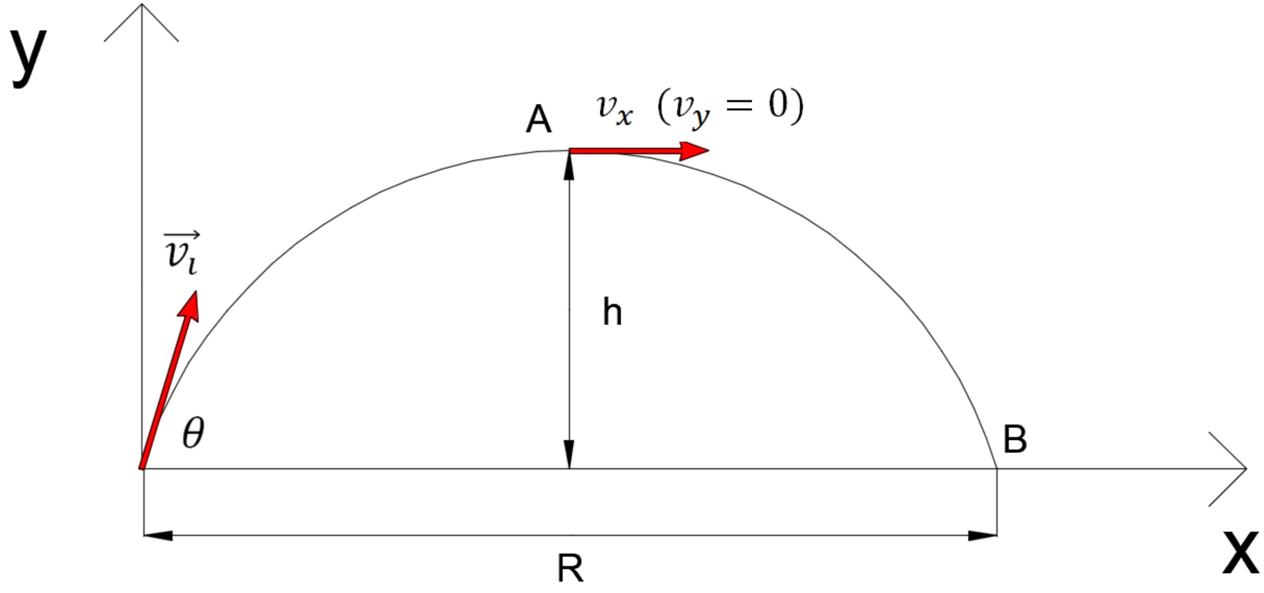
Il moto in due dimensioni può essere analizzato come combinazione di due moti in direzione x e y.
Per questo anche il moto del proiettile può essere trattato come sovrapposizione di due moti:

1. Moto di un punto materiale in direzione orizzontale con $a_x = 0$.

2. Moto di un punto materiale in direzione verticale con $a_y = costante = -g$.

Gittata orizzontale e altezza massima

Ci sono due punti di particolare importanza da analizzare: il picco A di coordinate (R/2; h) ed il punto B di coordinate (R; 0). La distanza R è detta **gittata** orizzontale del proiettile, mentre h è l'**altezza massima** raggiunta dal proiettile.



Altezza massima: $$h = \frac{v_i^2 sen\theta^2}{2g}$$

Gittata: $$R = \frac{v_i^2 sen2\theta}{g}$$

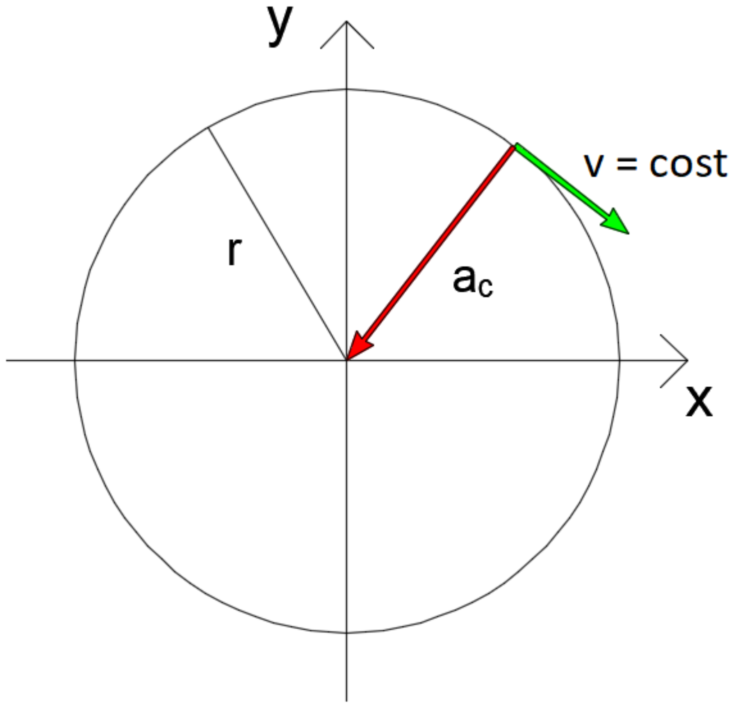
Tempo di volo: $$t_v = \frac{2v_i sen\theta}{g}$$

$$h_{max} = \frac{v_i^2}{2g} \;\rightarrow\; con\ \theta = 90°$$

$$R_{max} = \frac{v_i^2}{g} \;\rightarrow\; con\ \theta = 45°$$

Moto circolare uniforme

Un punto materiale in moto circolare uniforme si muove su una traiettoria circolare con modulo della velocità costante e accelerazione sempre perpendicolare alla traiettoria e diretta verso il centro del cerchio.



L'accelerazione non è nulla dato che la velocità è costante ma varia direzione in ogni punto.

Accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Periodo del moto circolare uniforme:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Accelerazione tangenziale e radiale

Si consideri il moto di un punto materiale lungo un percorso curvilineo la cui velocità cambia sia in direzione che in modulo. La velocità è tangente alla traiettoria, mentre l'accelerazione forma un certo angolo con la traiettoria. Per questo è possibile scomporla in due componenti:

-**componente radiale** a_r
-**componente tangenziale** a_t

$$a_r = -a_c = -\frac{v^2}{r} \qquad a_t = \left|\frac{dv}{dt}\right|$$

Il vettore accelerazione totale è quindi uguale alla somma di due vettori componenti:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

-La componente radiale nasce dalla variazione nel tempo della direzione del vettore velocità.

- La componente tangenziale è dovuta alla variazione del modulo della velocità.